<u>Partiel 2023: Physique Atomique et Moléculaire</u>

mardi 24 octobre 2023

-- TOUT DOCUMENT ET OBJET CONNECTÉ INTERDIT –

---

1. Question de cours

Rappeler l'expression du moment magnétique orbitalaire $\vec{\mu}_l$, fonction du moment cinétique $\vec{l}$. Expliciter la valeur du magnéton de Bohr, fonction de la charge électronique q_e, de la constante de Planck réduite $\hbar$ et de la masse électronique m_e. Ce moment orbitalaire interagit en présence d'un champ magnétique $\vec{B}$ externe ; définir l'énergie associée.

2. L'effet de taille fini du noyau pour un système hydrogénoïde

Nous nous placerons dans le cadre de la théorie des perturbations indépendante du temps afin d'évaluer l'importance de l'effet de taille du noyau sur les niveaux d'énergie d'un système hydrogénoïde de charge nucléaire *Ze*.

a. Calculer $\langle r \rangle$ pour les états *1s* et *2s*.

b. Dans la suite, nous considèrerons un potentiel Coulombien écranté, de la forme :

$$V_{tf}(r) = \begin{cases} -\dfrac{Ze^2}{r} & pour\ \ r > r_0, \\ -\dfrac{Ze^2}{r_0} & pour\ \ r < r_0. \end{cases}$$

Ecrire le Hamiltonien H_{tf} du système écranté sous la forme $H_{tf} = H_0 + W(r)$, avec H_0 étant l'Hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène, et donner l'expression de la perturbation $W(r)$ dans les différentes régions de l'espace.

c. En utilisant la théorie des perturbations au premier ordre, calculer les effets de cette perturbation $\Delta E_{tf}(1s)$, $\Delta E_{tf}(2s)$ et $\Delta E_{tf}(2p)$, respectivement pour les niveaux *1s*, *2s* et *2p* de l'atome d'Hydrogène.

On considèrera $r_0 << a_0$, ce qui permettra les approximations $R_{nl}(r) \approx R_{nl}(0)$ pour $0 < r < r_0$; on fera le calcul pour un $R_{nl}(r)$ général avant de spécifier les états demandés.

d. Donner une interprétation physique des résultats obtenus. Analyser les dégénérescences des niveaux *1s*, *2s* et *2p* dans les cas *SANS et AVEC* perturbation.

3. Effet Stark : étude de la désexcitation de l'état *2s* de l'atome d'hydrogène

Un processus de collision entre atomes d'hydrogène et particules chargées produit des atomes d'hydrogène dans l'état *2s*, que l'on désire détecter. L'état *2s* est un état métastable de durée de vie $\tau_{2s} = 0{,}14\ s$, qui peut être considérée comme infinie à l'échelle de cette expérience (vitesses de l'ordre de 10 $km\ s^{-1}$, distances à parcourir de l'ordre de 10 *cm*). Afin d'utiliser des méthodes optiques de détection, on applique un champ électrique statique afin de mélanger l'état *2s* avec l'état *2p* voisin, de durée de vie beaucoup plus courte $\tau_{2p} = 1{,}6\ 10^{-9}\ s$. L'état *2p*, ou l'état mélangé (superposition de l'état *2s* et de l'état *2p*), se désexcite alors par émission de la raie Lyman α à 121,6 *nm*. Les photons émis peuvent alors être détectés par un photomultiplicateur.

T.S.V.P.

On se propose d'étudier le mécanisme de mélange par effet Stark des états *2s* et *2p* qui seront supposés dégénérés en l'absence de champ extérieur (influence négligeable du spin électronique) et décrits par le hamiltonien H_0. On applique un champ électrique statique $\boldsymbol{\varepsilon}$, colinéaire à l'axe Oz, sur la multiplicité $n = 2$. On rappelle que le hamiltonien Stark est donné par $W_S = -\boldsymbol{D}.\boldsymbol{\varepsilon} = qz\varepsilon$.

a. Donner les expressions littérales des éléments de la matrice $H_0 + W_S$ pour la multiplicité $n = 2$. Calculer $\hbar\omega_S$ pour $\varepsilon = 100\ V\,m^{-1}$ après avoir posé $\hbar\omega_S = |\langle 2s|W_S|2p, m_l = 0\rangle|$.

   On rappelle : $$\cos\theta\,|Y_l^m\rangle = \sqrt{\frac{l^2-m^2}{4l^2-1}}\,|Y_{l-1}^m\rangle + \sqrt{\frac{(l+1)^2-m^2}{4(l+1)^2-1}}\,|Y_{l+1}^m\rangle$$

   $$r|R_{n,l}\rangle = -\frac{3}{2}a_0 n\sqrt{n^2-l^2}\,|R_{n,l-1}\rangle - \frac{3}{2}a_0 n\sqrt{n^2-(l+1)^2}\,|R_{n,l+1}\rangle$$

b. En déduire les valeurs propres du hamiltonien $H_0 + W_S$ ainsi que les états propres associés en considérant une diagonalisation par bloc de la matrice trouvée en 1.

Données :

Fonctions radiales de systèmes hydrogénoïdes :	
$R_{10} = 2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-Zr/a_0}$ $R_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$ $R_{20} = 2\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\frac{Zr}{2a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$	$\int_0^\infty x^n\, e^{-\alpha x} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$